

## 14. Mathematik

### A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2008 im Fach Mathematik sind die durch Erlass des MK vom 13.10.2004 direkt an die Schulen gegangenen präzisierten Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu den thematischen Schwerpunkten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den fachlichen Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Dabei stellen insbesondere folgende Aspekte bei der Erarbeitung in der Qualifikationsphase wichtige Grundlagen dar:

#### **Analysis**

Der Prüfling soll nachweisen, dass er die Synthese von Funktionen und ihren Eigenschaften (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch Funktionenscharen) und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen unter besonderer Berücksichtigung der Differenzial- und Integralrechnung beherrscht und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen kann. Hierzu soll er symbolische, grafische und numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechnertechnologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

- Funktionenklassen: laut EPA
- Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen
- Untersuchungen von abgeschlossenen Flächen (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch unbegrenzte Flächen)
- Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen

#### **Stochastik**

Der Prüfling soll nachweisen, dass er einfache Zufallsexperimente auswerten kann. Er muss in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Zufallsgrößen/Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren. Er soll nachweisen, dass er mindestens ein Verfahren der Beurteilenden Statistik anwenden kann.

- Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme/Pfadregeln
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung), speziell Binomialverteilung

Beim Umgang mit Wahrscheinlichkeiten können Tabellen, die den Aufgaben beiliegen, oder Rechnerfunktionen genutzt werden.

#### **Lineare Algebra/Analytische Geometrie (allgemein bildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“)**

Für die Abiturprüfung 2008 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes geometrisch orientiert sein. Grundlage ist daher der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik. Der Prüfling soll in diesem Bereich nachweisen, dass er über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrscht und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten kann.

- Schrägbilder
- Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum
- Standardskalarprodukt
- Abstands- und Winkelberechnungen

## Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Fachgymnasium „Wirtschaft“, Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Grundlage für die Abiturprüfung 2008 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Hierbei soll der Prüfling die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den jeweiligen Berufsfeldern Wirtschaftswissenschaften, Gesundheit und Soziales kennen und anwenden können.

- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren) (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch Lösbarkeitsuntersuchungen und LGS mit Parametern)
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen
- Modellierung realitätsbezogener Problemstellungen mit linearen Gleichungssystemen

### Hinweise zur Kombination von Prüfungsaufgaben

Die Prüfungsaufgabe setzt sich aus zwei gleichgewichtigen Blöcken (I und II) zusammen. Dem Prüfling werden für jeden Block zwei Varianten (A und B) zur Auswahl vorgelegt.

Block I besteht jeweils aus der Analysisaufgabe (Aufgabe 1A bzw. 1B). Block II enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra.

Der Block II A besteht aus einer Aufgabe 2A zur Stochastik und der Aufgabe 3A zur Analytische Geometrie/Lineare Algebra, gewichtet im Verhältnis 2:1. Im Block II B sind die Sachgebiete in der Gewichtung vertauscht (2B Analytische Geometrie/Lineare Algebra, 3B Stochastik im Verhältnis 2:1).

Für die *Abendgymnasien* und die *Kollegs* gilt für die Abiturprüfung 2008 folgende besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Blockes II der Prüfungsaufgaben die Aufgaben 3 gegeneinander austauschen.

Für *Fachgymnasien* gelten folgende besondere Regelungen:

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für Block II festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Die Analysisaufgaben in Block I werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt.

Im Block II A des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben ohne, im Block II B mit Berufsbezug. Im Block II der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe 2A aus der Stochastik ohne, die Aufgabe 2B aus der Stochastik mit Berufsbezug; die Aufgabe 3 aus der Linearen Algebra ist in beiden Prüfungsaufgaben berufsbezogen.

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Für die schriftliche Abiturprüfung werden Aufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei *Technologiekategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

## **B. Thematische Schwerpunkte**

### **Thematischer Schwerpunkt 1: Analysis**

#### ***Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau***

##### Vertiefungen für allgemein bildende Schulen

- Gebrochen-rationale Funktionen und deren lokale Näherungen durch ganzrationale Funktionen („Taylornäherung“)
- Funktionenscharen
- Ortslinien
- Modellierungen insbesondere mit gebrochen-rationalen Funktionen

##### Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“

- gebrochen rationale Funktionen
- Optimierungsprobleme aus Lagerhaltung, Produktion und Beschaffung

FG „Technik“

- Gebrochen-rationale Funktionen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus den Bereichen Spannungsteiler, Fahrzeugdurchsatz auf Autobahnen und Baustellen

#### ***Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau***

##### Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen

- Wurzelfunktionen
- Differenzierbarkeit und Stetigkeit
- Rotationsvolumina
- Modellierungen insbesondere mit Wurzelfunktionen

##### Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Abschnittsweise definierte Funktionen (ganzrationale und gebrochen-rationale Funktionen)
- Kostentheorie und Absatz
- Stetigkeit und Differenzierbarkeit

FG „Technik“:

- Wurzelfunktionen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen zu Bauwerksformen und Trassierungen (Kreisbögen, Ellipsen, Neil'sche Parabeln), Konturfräsprobleme

### **Thematischer Schwerpunkt 2 für allgemein bildende Schulen, das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Stochastik**

#### ***Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau***

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Unterschied bei der Modellierung „Ziehen aus einer Urne mit/ohne Zurücklegen“
- Vergleich von Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung
- Alternativtest ( $H_0: p=...$ ,  $H_1: p=...$ ) bei binomialverteilter Zufallsgröße

#### ***Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau***

- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung
- Vergleich von diskreten und stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Hypothesentests (einseitige, zweiseitige) auch für normalverteilte Zufallsgrößen

## **Thematischer Schwerpunkt 2 für das Fachgymnasium „Technik“: Stochastik**

### **Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau**

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik - Daten beschreiben und auswerten

### **Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau**

- Alternativtest ( $H_0: p=...$ ,  $H_1: p=...$ ) bei binomialverteilter Zufallsgröße

## **Thematischer Schwerpunkt 3 für allgemein bildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“: Analytische Geometrie**

Der Schwerpunkt dieses Sachgebietes soll geometrisch orientiert sein. Grundlage ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

### **Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Normalenform
- Abstandsbestimmungen (einschließlich windschiefer Geraden)
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Quader, Spat und Pyramide

#### Hinweis

Der Einsatz von CAS und GTR, insbesondere bei der Bearbeitung von Gleichungssystemen, führt in diesem Bereich zu veränderten Aufgabenstellungen z. B. zu Problemstellungen mit Parametern.

### **Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau**

- Erstellen und Interpretieren unterschiedlicher Formen von Ebenengleichungen
- Klassifikation von Geraden- und Ebenenscharen sowie deren gegenseitiger Lagebeziehung
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Spat und Pyramide
- Vektorprodukt mit Anwendungen

#### Hinweis

Bei Einsatz von GTR-Systemen sollen metrische Größen (Abstände, Flächen, Volumina) auch in Abhängigkeit eines Parameters und geometrische Interpretationen der zugrunde liegenden funktionalen Zusammenhänge betrachtet werden.

Bei Einsatz von CAS-Systemen sollen zudem Anwendungen aus dem Sachzusammenhang wie die Interpretation der Parameterdarstellungen von Punkten im Raum als lineare Bewegungen im Raum und Abstandsuntersuchungen unter funktionalen Gesichtspunkten betrachtet werden.

## **Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Lineare Algebra**

Grundlage ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik.

### **Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Produktionsplanung
- Lineare Optimierung

#### Hinweis

Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (GTR/CAS) bestimmt.

### **Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau**

- Produktions- und Absatzplanung
- Lineare Optimierung und Simplexmethode

Hinweis

Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (GTR/CAS) bestimmt.

**C. Sonstige Hinweise**Hilfsmittel

Die für die Abiturprüfung zugelassenen Hilfsmittel sind in den EPA Mathematik angegeben. In der Abiturprüfung soll der Prüfling die ihm bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Er soll in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen zwei Technologiekatgorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hardware-Resets vor der Prüfung in den Urzustand (bei Auslieferung) zu versetzen. Programme sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; auf PC's sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.
- *Vernetzte Rechner* sind in der Abiturprüfung *nicht zulässig*. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funknetzungen sind hardwaremäßig so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann. Der Einsatz von WLAN-fähigen Rechnern ist nicht gestattet, dies gilt auch gleichartige andere Verfahren.
- Die textliche *Dokumentation der Problemlösung* muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der *autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit*; die elektronische Version (Datei) kann *nicht* zur Korrektur oder Bewertung *herangezogen werden*.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von der prüfenden Lehrkraft vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage und Handbücher der Rechner zugelassen. Die Formelsammlungen dürfen keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. Nicht zugelassen sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).

Beispiele für auch in den Naturwissenschaften zugelassene Formelsammlungen sind:

- Formelsammlung bis zum Abitur, Paetec – Gesellschaft für Bildung und Technik, ISBN 3-89518-700-4.  
früher: Formeln und Tabellen für die Sekundarstufen I und II, ISBN 3-89517-253-7.
- Das große Tafelwerk, Cornelsen, ISBN 3-464-57143-2 (Parallele Ausgaben mit anderen Nummern sind zugelassen).